

$$I(a_1; Y) = I(a_2; Y) = I(a_4; Y) = I(a_5; Y) = \log 2$$

$$I(a_3; Y) = 0$$

显然该结果满足式(3-2-8)的要求,得到信道容量 $C = \log 2 = 1 \text{ bit/符号}$ 。

另一种可取的方法是,由于 a_1 和 a_2 均以概率为 1 传递到 b_1 , 因为 $p(b_j | a_1) = p(b_j | a_2)$, $j=1, 2$, 所以 $I(a_1; Y) = I(a_2; Y)$ 。同理, 由于 a_4 和 a_5 均以概率为 1 传递到 b_2 , 所以 $I(a_4; Y) = I(a_5; Y)$ 。因此可只取 a_1 和 a_5 , 即输入符号的概率分布为 $p(a_1) = p(a_5) = 1/2$, $p(a_2) = p(a_3) = p(a_4) = 0$ 。也可算出

$$p(b_1) = p(b_2) = 1/2$$

$$I(a_1; Y) = I(a_2; Y) = I(a_4; Y) = I(a_5; Y) = \log 2$$

$$I(a_3; Y) = 0$$

此假设分布也满足式(3-2-8)的要求,因此信道容量同样为 $C = \log 2 = 1 \text{ bit/符号}$ 。

以上两种分布均为最佳分布,当然还可以找到该信道其他的最佳输入分布。可见,该信道的最佳输入分布不是唯一的。按照式(3-2-9)可知,互信息 $I(a_i; Y)$ 仅仅与信道转移概率及输出概率分布有关,因而达到信道容量的输入概率分布不是唯一的,但输出概率分布是唯一的。

3.3 离散序列信道及其容量

前面讨论的信道输入输出均为单个符号的随机变量,然而在实际应用中,信道的输入和输出却是在空间或时间上离散的随机序列,有无记忆的离散序列信道,当然更多的是有记忆的,即序列的转移概率之间有关联性。信道模型如图 3-11 所示。

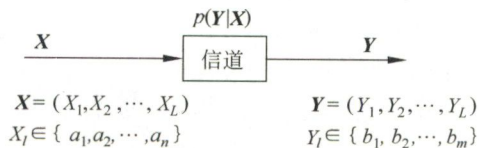


图 3-11 离散序列信道

对于无记忆离散序列信道,其信道转移概率为

$$p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}) = p(Y_1, \dots, Y_L | X_1, \dots, X_L) = \prod_{l=1}^L p(Y_l | X_l) \quad (3-3-1)$$

即仅与当前输入有关。若信道是平稳的,则 $p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}) = p^L(y|x)$ 。

根据平均互信息的定义

$$\begin{aligned} I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) &= H(X^L) - H(X^L | Y^L) = \sum p(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \log \frac{p(\mathbf{X} | \mathbf{Y})}{p(\mathbf{X})} \\ &= H(Y^L) - H(Y^L | X^L) = \sum p(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \log \frac{p(\mathbf{Y} | \mathbf{X})}{p(\mathbf{Y})} \end{aligned}$$

可以证明(本书从略,见参考文献 4),该互信息有两个性质,一是如果信道无记忆,则