

## 7.3 将线性方程泛化到更高维度

现在我们已经建立了一个可以玩的（尽管是最小的）游戏，再拓宽一下视野吧。除了街机游戏之外，还有很多问题可以用线性方程组表示。自然场景下，线性方程通常有两个以上的“未知”变量（如 $x$ 和 $y$ ），描述的是二维以上的点的集合。超过三维会很难描绘，但在三维空间中可以构建有用的心智模型。说到底，三维空间中的平面类似于二维空间中的直线，也用线性方程来表示。

### 7.3.1 在三维空间中表示平面

要了解为什么直线和平面是类似的，不妨用点积的形式来思考直线。正如前面练习中的内容，方程 $ax + by = c$ 是二维平面上的点集 $(x, y)$ ，其中的点与固定向量 $(a, b)$ 的点积等于固定值 $c$ 。也就是说，方程 $ax + by = c$ 等价于方程 $(a, b) \cdot (x, y) = c$ 。如果在前面的练习中没有弄清楚如何用几何方法来解释这个问题，我们再来讨论一下。

对于二维空间里的任意点和任意非零向量，存在唯一一条直线垂直于该向量且经过该点，如图7-22所示。

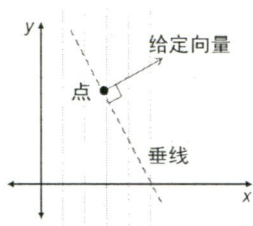


图7-22 通过给定点并垂直于给定向量的唯一直线

给定点 $(x_0, y_0)$ 和向量 $(a, b)$ ，那么通过 $(x_0, y_0)$ 存在一条直线，使得：对于直线上任意一点 $(x, y)$ ， $(x - x_0, y - y_0)$ 与直线平行，与 $(a, b)$ 垂直，如图7-23所示。