$$\max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0} L(x,\alpha,\beta)$$

经过优化得到α和β的值后，此时α和β是一个定值，最大值$\max_{\alpha\beta;\beta\geqslant 0} L(x,\alpha,\beta)$是$x$有关的函数，定义这个函数为：

$$\theta_p(x)=\max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0} L(x,\alpha,\beta)=\max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0}\left[f(x)+\sum_{i=1}^{m}\alpha_i h_i(x)+\sum_{j=1}^{n}\beta_j g_j(x)\right]$$

下面考虑x的约束满足问题，若x不满足$h_i(x)=0$则令$\alpha_i=+\infty$；若x不满足$g_j(x)\leqslant 0$则令$\beta_i=+\infty$，在满足约束条件下，即：

$$\theta_p(x)=\max_{\alpha\beta;\beta\geqslant 0} L(x,\alpha,\beta)=f(x)$$

在满足约束条件下求$\theta_p(x)$的最小值，称为原问题，记作p^*，即

$$p^*=\max_x \theta_p(x)=\min_x \max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0} L(x,\alpha,\beta),$$

那么原问题的对偶问题是什么呢？

在原问题中我们是先把x看成常数求$L(x,\alpha,\beta)$的最大值，然后在求关于x的最小值时，可根据对偶对调的思路，原问题的对偶问题是，先把α和β看作常数，求关于x的最小值，此时得到的x是定值，然后再求关于α和β的最小值。

定义关于α和β的函数：

$$\theta_D(\alpha,\beta)=\min_x L(x,\alpha,\beta)$$

在求得x的值后，$L(x,\alpha,\beta)$最小值只与α和β有关，求$L(x,\alpha,\beta)$的极大值，即：

$$d^*=\max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0}\theta_D(\alpha,\beta)=\max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0}\min_x L(x,\alpha,\beta)$$

这便是原问题的对偶问题。

根据前面讲到的弱对偶定理可得：

$$d^*\leqslant p^*$$

证明如下：

$$\theta_D(\alpha,\beta)=\min_x L(x,\alpha,\beta)\leqslant L(x,\alpha,\beta)\leqslant \max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0} L(x,\alpha,\beta)=\theta_P(x)$$

$$\max_{\alpha,\beta;\beta\geqslant 0}\theta_D(\alpha,\beta)\leqslant \min_x \theta_P(x)$$